

APPLICATIONS

La esfera armilar

César González Crespán¹¹Asociación Astronómica de Vigo, Spain. E-mail: cgcrespan@gmail.com.**Keywords:** esfera armilar, astrolabio, meteoroscopia, zodíaco, eclíptica© Este artículo está protegido bajo una licencia [Creative Commons Attribution 4.0 License](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)Este artículo adjunta un *software* accesible en <https://github.com/JCAAC-FAAE>

Resumen

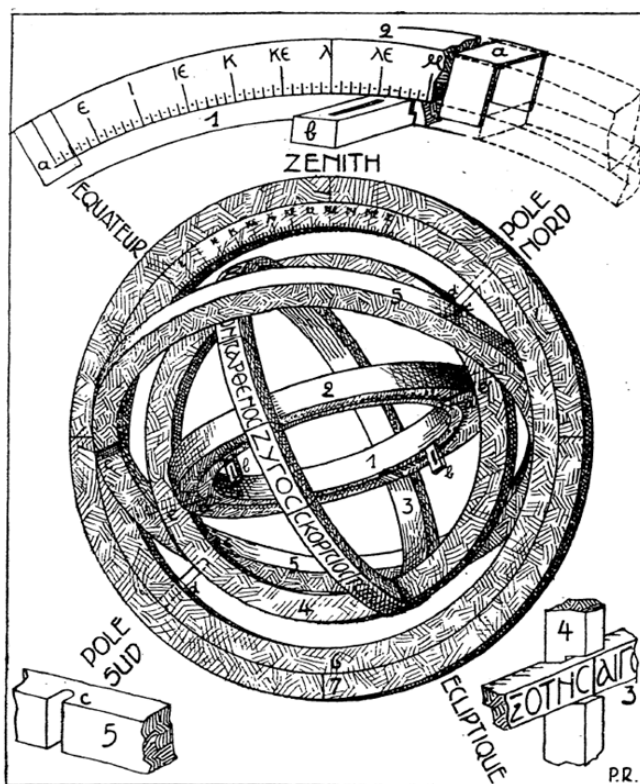
Con una réplica de la esfera armilar eclíptica, construida en madera, se realiza una descripción práctica del instrumento, como debe prepararse, y orientarse, para realizar la observación del Sol, la Luna y otros astros. Se utiliza para obtener coordenadas celestes, longitudes y latitudes eclípticas. Previamente se compara con la esfera armilar ecuatorial, cuyo fin es obtener ascensiones rectas y declinaciones de los astros, y con otro instrumento, llamado meteoroscopia. Se analizan varios estudios realizados sobre estos instrumentos, determinando que su nombre es astrolabio (buscador de estrellas) esférico. Se explica la evolución de estos instrumentos astronómicos a lo largo de los tiempos, y sus aplicaciones, así como su relación con el Astrolabio plano, y el telescopio.

Abstract

Using a wooden replica of the ecliptic armillary sphere, a practical description of the instrument is provided, including how it should be prepared and oriented for observing the Sun, Moon, and other celestial bodies. It is used to obtain celestial coordinates, ecliptic longitudes and latitudes. It is compared, previously, with the equatorial armillary sphere, whose purpose is to obtain right ascensions and declinations of celestial bodies, and with another instrument called meteoroscope. Several studies on these instruments are analyzed, determining their name as a spherical astrolabe (star finder). The evolution of these astronomical instruments over time and their applications are explained, as well as its relationship with the flat astrolabe and the telescope.

1. Introducción

Ya en el siglo IV a.C. era conocida la Esfera armilar, como instrumento astronómico para la observación de los astros, por el griego Eudoxo, aunque tal vez fuera conocida en tiempos anteriores, en Babilonia. De esta manera era posible determinar las coordenadas celestes, ascensiones rectas y declinaciones, que estaban referidas al plano ecuatorial. También era conocido el sistema de referencia fundamentado en el horizonte, estableciendo los puntos cardinales, así como las alturas y los azimutes. Se produjo un avance con la invención de la esfera armilar eclíptica, que se fundamentaba en un sistema de referencia asociado al plano eclíptico, que explicaba de una forma uniforme el movimiento de los astros. Hiparco tuvo que ver en la invención de este aparato [1], también en la creación del astrolabio plano, con la proyección estereográfica. Claudio Ptolomeo dejó escrito, en el Almagesto un catálogo de estrellas calculado por medio de la observación, con un instrumento armilar, que llama astrolabio, dando coordenadas eclípticas. Fue utilizado después, por astrónomos griegos, árabes y europeos, hasta llegar a Copérnico, Brahe y Kepler.



Reconstitution schématique de l'astrolabe, par M. P. Rome, ingénieur-architecte.

Figura 1. Esfera armilar eclíptica - Astrolabio esférico. Reconstrucción de Rome (1927).

2. Reconstrucción del astrolabio esférico por Rome (1927)

Rome realiza [2], en 1927, una reconstrucción del astrolabio esférico, a partir de los textos de Pappus de Alejandría (s. IV d.C.): Anillo 1 que lleva las miras bb. Anillo 2 perpendicular a la eclíptica (graduado; girando sobre los ejes ee; llevando el anillo 1 retenido por bridas). Anillo 3, zodíaco graduado (soldado a 4). Anillo 4, coluro solsticial (soldado a 3; atravesado por los ejes ee que llevan los anillos 2 y 5; sujetado en los ejes dd que le ligan al anillo 6). Anillo 5, perpendicular a la eclíptica (girando sobre los ejes ee; no graduado; para poder ir hasta el plano meridiano, debe tener cuatro ranuras cccc en las cuales vienen entonces a insertarse los ejes dd). Anillo 6, meridiano de reglaje (graduado de 0° a 63°; atravesado por los ejes dd; retenido al siguiente). Anillo 7, meridiano fijo (llevando cuatro trazos que marcan la vertical y la horizontal).

Tiene un anillo, nº 5, longitud eclíptica exterior, girando alrededor de los polos eclípticos, de movilidad limitada hasta los pernos que sujetan el eje de rotación celeste, polos norte - sur. La configuración del instrumento se complica un poco, pero este anillo tiene utilidad, ya que así se dispone de dos anillos para marcar las longitudes eclípticas, uno tangente al astro de referencia, permaneciendo intocable en posición de equilibrio, otro que se sitúa tangente al astro cuya longitud eclíptica se desea medir. El aro 5 parece posible situarlo por el interior del aro 4, en vez de, por el exterior, de esta forma, no chocaría con los pernos del eje celeste, y tendría mayor amplitud de movimiento, sin limitaciones.

Jarosław Włodarczyk (1985) realizó [3] mediciones con la Esfera Armilar Eclíptica del Instituto de Astronomía Geodésica de la Universidad Técnica de Varsovia, construida en la década de 1950, a partir de este modelo.

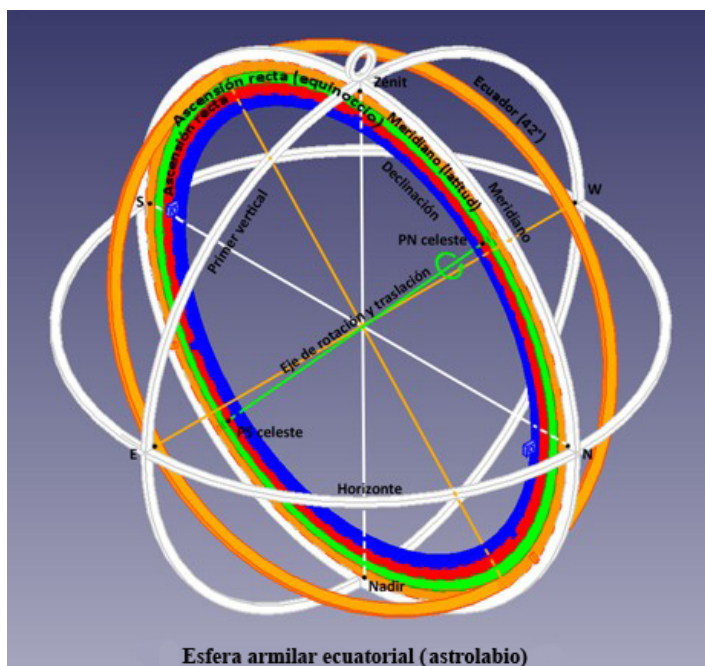


Figura 2. Esquema de la esfera armilar ecuatorial – astrolabio esférico.

3. Dos tipos de esferas armilares

3.1. La esfera armilar ecuatorial - astrolabio esférico

Es un instrumento con un sistema de referencia fundamentado en el horizonte, y otro sistema de referencia fundamentado en el plano ecuatorial, que permite determinar coordenadas celestes ecuatoriales, calculadas desde ese plano, ascensión recta y declinación. Es un astrolabio (buscador de estrellas) esférico.

La esfera armilar ecuatorial era conocida desde el siglo IV a.C., probablemente antes, en Babilonia. Los aros de color blanco representan el horizonte, el plano meridiano, perpendicular al anterior, al que corta, determinando los puntos cardinales norte y sur, y el vertical primario, plano perpendicular a los dos anteriores, determinando, en su intersección con el horizonte, los puntos cardinales este y oeste. También corta al meridiano en los puntos zénit y nadir. Es un sistema de referencia basado en el horizonte, que constituye un triedro estático, en el centro del cual está la Tierra. Un aro interior al meridiano, que es movable circularmente a lo largo de este, sujeto por bridas, contiene al eje de rotación terrestre. Se coloca de forma que el eje de rotación forme un ángulo con el plano horizontal igual a la latitud del lugar, altura del polo, y queda también estático, de forma que un aro perpendicular, solidario al mismo, queda paralelo al ecuador terrestre, y estático también. El eje de rotación terrestre se marca en el meridiano según la latitud del lugar de observación. Otro aro interior, que gira alrededor del eje de rotación, determinado por dos cilindros que encajan en dos huecos del aro anterior, determina el origen de las ascensiones rectas, apuntándose al punto equinoccial, si se sabe encontrarlo, al sol o la luna, para tomar en estos casos, la diferencia de ascensiones rectas. Otro aro interior, que gira también alrededor del eje de rotación, se apunta al astro del cual se quiere determinar la ascensión recta, y otro aro interior, sujeto por bridas, que se desliza circularmente por la parte interior, determina la declinación, ángulo por encima o debajo del ecuador, por medio de unas miras que se dirigen al astro a medir.

El problema que presenta este instrumento es que confunde los ejes de rotación y traslación en un

mismo eje, con lo cual las ascensiones rectas, que determina, no tienen una variabilidad uniforme con el tiempo, que se pueda calcular fácilmente. Los “Comentarios al Aratus latinus” son el único texto que se conserva de Hiparco [4]. Arato era un poeta que escribió “Los Fenómenos”, un poema sobre el catálogo de estrellas de Eudoxo, astrónomo que vivió en el siglo IV a.C. Presenta los límites de algunas constelaciones, por lo que sólo da la ascensión recta o la declinación de algunas estrellas, pero no las dos coordenadas juntas. Estas coordenadas fueron obtenidas con una esfera armilar ecuatorial.

3.2. La esfera armilar eclíptica - astrolabio esférico

A alguien, en el siglo II a.C., probablemente a Hiparco, se le ocurrió sustituir el aro verde de la figura anterior, por un aro llamado revólver, que representa al plano llamado coluro solsticial, que contiene los dos solsticios, los dos polos celestes, y los dos polos eclípticos, que gira igualmente alrededor del eje de rotación, pero añadiendo un nuevo eje, de traslación, separado del anterior por $23,5^\circ$, la oblicuidad, que pasa por los polos eclípticos, alrededor del cual gira un aro interior, en rojo, llamado astrolabio, que determina las longitudes eclípticas, a medir desde el punto al cual se apunta, que puede ser el punto equinoccial, el sol, o la luna, determinadas en estos dos últimos casos por diferencia. Otro aro interior, que se desplaza por dentro, sujeto por bridas, determina la latitud eclíptica, entre 0° y 90° , boreal, o entre 0° y -90° , austral. Perpendicular al aro que representa al coluro solsticial, y solidario a él, hay otro aro, que representa al plano eclíptico, o zodíaco, con las doce dodecatemorias, o signos zodiacales, cada una de 30° , hasta completar los 360° de la circunferencia. El sol, dinámico, se mueve a lo largo del zodíaco, en dirección de las longitudes eclípticas crecientes. La línea de los equinoccios retrocede en dirección de las longitudes eclípticas decrecientes, con el consiguiente aumento de las longitudes eclípticas de los astros. Los aros del sistema de referencia terrestre son iguales a la esfera anterior, permaneciendo estáticos, con la tierra en el centro, también estática. El anillo superior, llamado “gancho”, permite suponer que, para ciertos propósitos, el aparato se utilizaba colgado, alcanzada la horizontalidad por la propia inercia de su peso, aunque lo normal era que se apoyara sobre un pedestal.

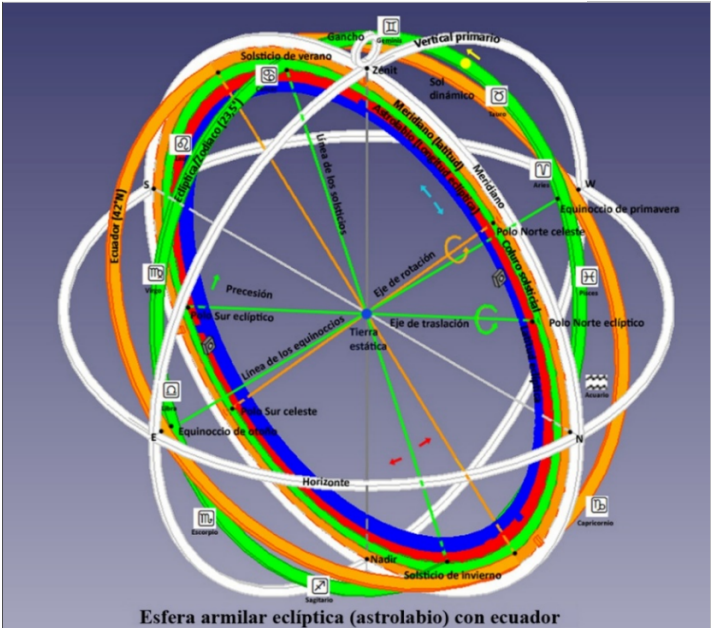


Figura 3. Esquema de la esfera armilar eclíptica – astrolabio esférico, con ecuador.

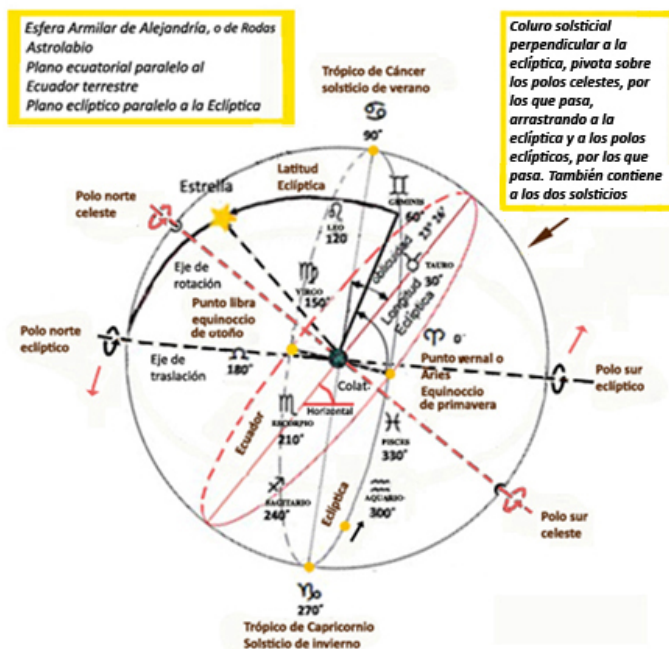


Figura 4. Mecánica de la Esfera armilar eclíptica (Astrolabio esférico).

4. El meteoroscopio

4.1. Sobre el meteoroscopio

De acuerdo con la reconstrucción del meteoroscopio, a partir del texto encontrado en un palimpsesto, “Recuperado el tratado de Ptolomeo sobre el meteoroscopio” [5], de Victor Gysembergh, Alexander Jones, Emanuel Zingg, Pascal Cotte, Salvatore Apicella, [Archive for History of Exact Sciences (2023)], el instrumento descrito presenta características híbridas entre un instrumento de observación celeste ternario, fundamentado en el plano eclíptico, anillos 5, 6 y 7, y otro instrumento que no es de observación, sino de representación terrestre, fundamentado en el plano ecuatorial, anillos 8 y 9. Los anillos exteriores, 1, 2, 3, 4 y Z, constituyen un sistema de referencia fundamentado en el horizonte, y son comunes, y necesarios, para las dos funcionalidades. Para los antiguos astrónomos, la Tierra permanecía estática en el centro del sistema de referencia horizontal, y el Sol era dinámico, girando alrededor de la Tierra, en el centro de dicho sistema. La configuración, en esta figura, de las dos primeras funcionalidades tiene sus limitaciones, ya que los movimientos de un sistema y otro llegan a entrecruzarse, y sus ejes de giro interfieren entre sí. El anillo 7, astrolabio, recorre la eclíptica, girando en torno a los polos eclípticos Nz-Sz, hasta los pernos que caracterizan al eje de rotación terrestre Ne-Se, y no puede seguir más allá su movimiento, sólo retroceder. El anillo 8, “**vertical**”, girando sobre los puntos del revolver que representan los polos celestes, puede representar un meridiano arbitrario de cualquier localidad, es perpendicular al ecuador. El meridiano local está representado en el sistema de referencia fundamentado en el horizonte, por el anillo 4, luego podría utilizarse para marcar una longitud terrestre arbitraria. El anillo 9, “**totalmente basculante**”, girando sobre los puntos del anillo vertical que representan las intersecciones del meridiano arbitrario con el ecuador, su nombre refleja el hecho de que se puede colocar en cualquier plano, este anillo puede representar **un plano perpendicular** al horizonte (el **vertical primario**) para cualquier localidad.

Con este instrumento **no se puede tomar la altura del polo boreal** (que es igual a la latitud) **durante la noche o el día**, cuando no se ve el polo, por la brillante luz del Sol, ya que, para su reglaje, es necesario conocerla. De la misma manera que la esfera armilar eclíptica, con la que comparte algunas características, este instrumento permite representar la posición del meridiano, aros 1 y 4, en relación a la eclíptica, aro 6, determinada por las posiciones del Sol, que sigue la eclíptica, y de la Tierra. Para ello, el aro eclíptico del instrumento se debe poner paralelo a la eclíptica, apuntándolo al Sol, de manera que la parte anterior, haga sombra sobre la parte interior cóncava. También dice, en la Geografía, “sirve para. . . , así como el arco del ecuador, comprendido entre dos meridianos, y de la misma manera los arcos de los paralelos al ecuador”.

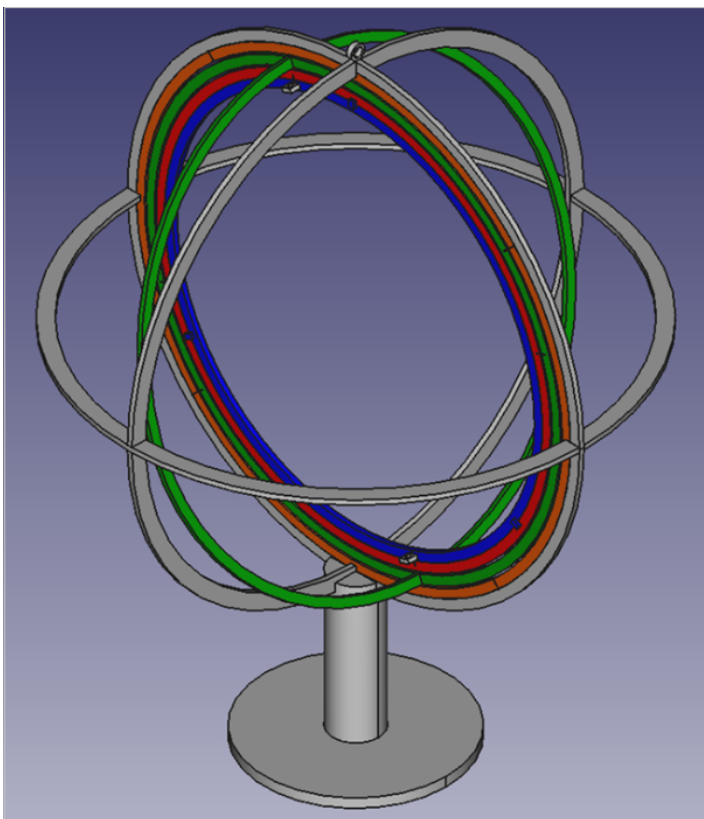


Figura 5. *Diseño, con Freecad, de una esfera armilar eclíptica (Astrolabio esférico), de ocho anillos, con gancho y pedestal.*

Al comienzo del capítulo III, Libro 1º, de la “Geografía” (ver más adelante el capítulo completo), donde describe el meteoroscopio, que, como hemos visto, tiene elementos que son comunes a la Esfera Armilar Eclíptica (Astrolabio esférico), Claudio Ptolomeo dice “AQUELLOS que nos precedieron. . .”. Es decir, fueron sus antepasados, quienes inventaron, tanto el Meteoroscopio, como la Esfera Armilar Eclíptica. Luego ninguno de estos dos aparatos puede atribuirse a Claudio Ptolomeo, sino a algún astrónomo que le precedió.

El ángulo Katabático Descendente. K1 Podría ser la colatitud ($90 - \text{latitud}$) de un lugar arbitrario.

El ángulo Antiscio Que por estar sobre el mismo meridiano y en el hemisferio opuesto, proyecta al

mediodía la sombra en dirección contraria. Que distan igualmente de los trópicos. a podría ser la diferencia de longitud entre el meridiano local y un lugar arbitrario.

4.2. Sustitución de los anillos n°s 8 y 9 de “Recuperado el tratado de Ptolomeo sobre el meteoroscopio”

El anillo n° 8, de sustitución, para reemplazar a los anillos números 8 y 9 anteriores, sería de la siguiente forma:

8. Las latitudes eclípticas se calculan desde el plano eclíptico, perpendicularmente al mismo, siguiendo el círculo de la anterior armilla de longitud, hacia el polo norte, o sur, eclípticos, con unas miras diametralmente opuestas, situadas en un aro que se desliza por el interior del astrolabio, y se mantiene en el plano del astrolabio sujeto por bridas, de la misma manera que el cuarto anillo, hasta apuntar a la estrella a medir. El instrumento resultante sería de las mismas características que el de Rome, aunque sin el anillo longitud eclíptica exterior. Tendríamos una esfera armilar eclíptica, astrolabio esférico. Por tanto, la esfera armilar eclíptica, tiene un parecido muy grande, compartiendo la mayor parte de los anillos, al meteoroscopio.

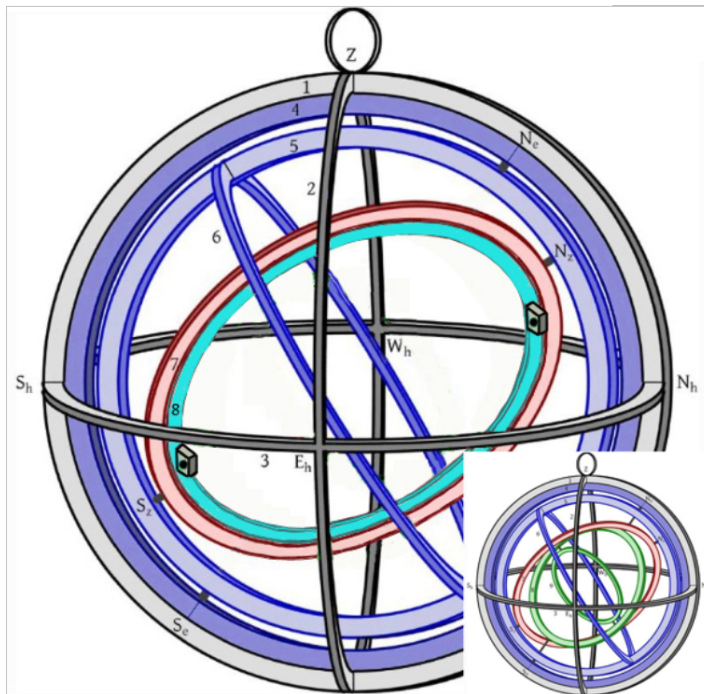


Figura 6. Esfera armilar eclíptica – Astrolabio esférico. Modificado de Victor Gysembergh, Alexander Jones, Emanuel Zingg, Pascal Cotte, Salvatore Apicella, “Recuperado el tratado de Ptolomeo sobre el meteoroscopio”. Archive for History of Exact Sciences (2023). La figura principal de esta figura es un astrolabio esférico, no un meteoroscopio, que es el que está en la imagen a escala reducida, abajo a la derecha.

5. Construcción de una esfera armilar eclíptica

Se ha construido una réplica del instrumento esfera armilar eclíptica – astrolabio esférico, en madera, de 8 mm de grosor, cortada con láser, cuyos anillos exteriores tienen 50 cm de diámetro mayor. Se toma una oblicuidad de $23,5^\circ$, para situar los ejes celestes de rotación ecuatorial, y traslación eclíptica, separados esa distancia angular en el anillo revólver, o coluro solsticial. Para su diseño se han tomado como base los estudios que se comentan, en particular el de Rome y el de Gysembergh & al., sobre el meteoroscopio, por medio de un programa de diseño asistido por ordenador, Freecad. Los mayores problemas que se encontraron han sido el ensamblaje de los aros, de adentro hacia afuera, para lo cual hubo que cortar los exteriores, con uniones provisionales, en cola de milano. Otro problema encontrado ha sido la alineación de los taladros de los cantos, por carecer de una herramienta adecuada, para alinear de forma perfecta los mismos. Los ejes de giro se han resuelto con cojinetes constituidos por remaches de aluminio de 4 mm, con el agujero algo agrandado para que puedan girar sin problema.



Figura 7. Esfera armilar eclíptica – Astrolabio esférico. Construida en madera.

6. Instalación y orientación de los instrumentos esferas armilares

Para colocar la esfera armilar en posición correcta para la observación:

1. Alinear el instrumento al plano del meridiano local
2. Ajustar el cenit del instrumento al cenit verdadero
3. Ajustar el instrumento a la latitud geográfica del lugar

El instrumento se coloca de manera que el anillo meridiano quede paralelo al plano meridiano local. Podemos utilizar un compás magnético, corrigiendo la declinación. Sirve la del teléfono móvil, eligiendo la opción Norte verdadero. En tiempos antiguos se trazaba una línea en el suelo del observatorio que marcaba el meridiano, que se utilizaba para localizar el mismo. Para obtener la dirección de esta línea se ponía un gnomon vertical en el suelo, y se iba marcando el punto de la sombra más corta del día, que correspondía al momento en que el sol cruzaba el meridiano local. Uniendo la base del gnomon con el punto que marcaba la sombra más corta, se obtenía la línea meridiana. Se podía repetir esta operación todos los días de un año, de forma que las sombras eran más largas hacia el solsticio de invierno, y más cortas hacia el solsticio de verano. Las sombras eran de igual longitud, hacia la mitad, en los dos equinoccios.



Figura 8. Correctamente nivelado, orientado y apuntado el instrumento al Sol, en 352° , piscis, 11 de marzo de 2025, 12:19 p.m.CET. La parte delantera del anillo eclíptico hace sombra sobre la parte interior cóncava de mismo anillo eclíptico. El anillo eclíptico queda paralelo al plano eclíptico.

El cénit verdadero debe quedar apuntado al cénit real. Para ello, poner el instrumento perpendicular al plano del horizonte. Se puede ajustar el instrumento utilizando una plomada que verifique el eje vertical del instrumento, lanzada desde el punto cenital del anillo meridiano hasta el punto del nadir. Si el instrumento está bien construido, se puede poner sobre una mesa alta (de aprox. un metro de altura), columna, o trípode, y utilizar un nivel de burbuja para alcanzar la horizontal, con calzos. De esta manera, el instrumento queda situado a la altura de la cara del observador, para poder realizar los reglajes del aparato, y observar a través de las miras de una forma cómoda, agachándose ligeramente.

Se coloca, entonces, el anillo meridiano/latitud, por dentro del anillo meridiano, de manera que el punto latitud coincida con la marca de la escala correspondiente a la latitud geográfica del lugar de observación, en este caso la de La Ramallosa ($\varphi = 42.12^\circ$).

Las mediciones con el instrumento han de realizarse rápido, ya que el anillo eclíptico se desajusta pronto con respecto al plano eclíptico. En 4 minutos se desajusta un grado ($360^\circ/24 \text{ h.}$).

7. Apuntamiento y medición con la esfera armilar eclíptica

7.1. Apuntamiento del instrumento esfera armilar eclíptica - astrolabio esférico y medición

Para apuntar el instrumento se busca la posición del anillo eclíptico para la que la parte delantera, orientada hacia el sol, haga sombra sobre la parte interior cóncava del mismo anillo. Esta posición es relativamente fácil de obtener, se ve claramente, y es única. En ese momento, el Sol está en la longitud eclíptica que le corresponde en la escala de longitudes eclípticas del anillo eclíptico, y se puede leer desde el lado contrario, estando en ese momento el anillo eclíptico paralelo al plano eclíptico. El anillo longitud eclíptica (interior), en ese momento, y si se apunta hacia el sol, también debe proyectar sombra sobre sí mismo, por la parte interior cóncava. Por la configuración de los anillos, y las restricciones que tienen sus movimientos sujetos por los ejes de giro, no es posible que el anillo coluro solsticial proyecte sombra sobre el anillo eclíptico, en ninguna posición.

Una vez, con el anillo eclíptico paralelo al plano eclíptico, se está en condiciones de medir, con el anillo de longitud eclíptica, que gira alrededor del eje eclíptico, la longitud eclíptica de la Luna. Corriendo posteriormente las miras, hacia el norte eclíptico, si la Luna tiene latitud boreal, o hacia el sur eclíptico, si la Luna tiene latitud austral, podemos obtener la latitud eclíptica de la Luna, cuando las miras estenopeicas, por el lado izquierdo del anillo, están alineadas tangencialmente hacia el limbo oeste del disco lunar, que usaremos como referencia. La operación anterior debe relizarse durante el día, cuando

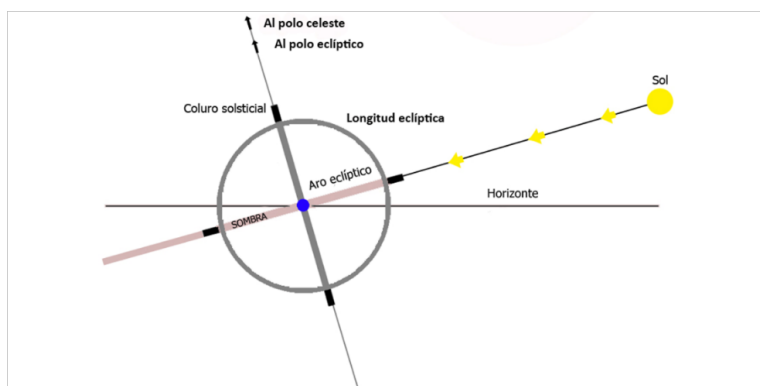


Figura 9. Apuntamiento del astrolabio (Claudio Ptolomeo, *Almagesto*): Aro Eclíptico hace sombra sobre la parte interior cóncava de sí mismo.

se ve el Sol, pero también debe verse la Luna, que se utilizará como referencia después, con la corrección adecuada, para poner el anillo eclíptico paralelo al plano eclíptico, una vez que el Sol se ha puesto, y está bajo el horizonte, con lo cual se pierde la posibilidad de utilizarlo directamente como referencia. Para observar el Sol y la Luna, juntos, tantas veces como sea posible, la Luna puede estar situada al este del Sol, es decir, sale después, o está en fase creciente, para ocultarse bajo el horizonte posteriormente al Sol. En este caso el cielo se oscurece al ponerse el Sol, y poco tiempo después se pueden observar otros astros, tomando como referencia la Luna. Si la Luna se pone antes, es decir, está al oeste del Sol, en fase menguante, podríamos utilizarla también como referencia, pero tenemos que esperar más horas, hasta que se eleve sobre el horizonte, por el este, antes que salga el Sol, antes del amanecer.

Si la Luna está cerca del Sol, es de poca utilidad realizar la observación, puesto que se va a mantener por encima del horizonte, poco tiempo después que el Sol, en el crepúsculo, cuando se ven pocas estrellas, debido a la luz del Sol. Es conveniente que hayan pasado dos o tres días desde la Luna nueva, o que falten varios días para la misma.

De acuerdo con Ptolomeo, repetimos, durante el día, que se puedan ver los dos astros simultáneamente, la medición de la longitud eclíptica de la Luna, con respecto al Sol, tantas veces como sea posible, por ejemplo, cada media hora, cada hora o cada dos horas. La razón es que hay que determinar la tendencia de la Luna en longitud eclíptica a lo largo del día de medición. Tengamos en cuenta que la Luna se mueve rápidamente en velocidad angular, de modo que recorre 360° de circunferencia en unos veintinueve días y medio, lo que significa que en un día se desplaza algo más de doce grados. Por tanto, una vez que se haya ocultado el Sol, y ya no pueda ser usado como referencia, por no ser visible, tenemos que prever, por medio del cálculo, la longitud eclíptica teórica de la Luna, correspondiente a la hora que se realiza la medición. La corrección sólo aplica a la longitud eclíptica, puesto que la otra componente del movimiento lunar, la latitud eclíptica, está predeterminada por la anterior, y no se usa como corrección.

Durante la noche también se puede usar como referencia una estrella de longitud eclíptica conocida, ajustando los aros de longitud eclíptica y zodiaco, o los planetas Venus, Marte, Júpiter o Saturno, calculando previamente su longitud eclíptica con respecto al sol, por lo tanto, deben ser visibles durante el día, antes de que se ponga el Sol, es decir, debe estar el astro situado al oriente del Sol. El instrumento se desalinea rápidamente, un grado en cuatro minutos, por lo tanto, se debe realizar la medición rápidamente. En caso contrario, hay que volver a alinearlo. El Sol recorre los 360° de la circunferencia en un año, es decir, tarda $365\frac{1}{4}$ días en recorrer la eclíptica, por lo que varía su longitud eclíptica en un valor ligeramente inferior a $1^\circ/\text{día}$. La precisión del instrumento es, según Włodarczyk, de $1/10^\circ$. Las estrellas situadas en latitudes eclípticas próximas al plano eclíptico son más difíciles de medir, hay una zona muerta por el grosor del aro eclíptico, que impide verlas con precisión, y apuntar las miras.

El instrumento es muy sensible al viento. Si está bien cortado, y construido, con unos sencillos cojinetes metálicos de aluminio de refuerzo de los ejes de giro, se equilibra solo. El mayor problema son los taladros de los cantos, que deben estar bien alineados, y centrados. En caso contrario los aros no se tienen estables.

7.2. Apuntamiento de la esfera armilar eclíptica - astrolabio esférico tras la puesta de Sol

El astrolabio planisférico sirve como reloj, ya que da las horas equinocciales (24 horas), a partir de la longitud eclíptica del sol en el día de medición, que está en la parte trasera, en la relación de escalas $360^\circ/365\frac{1}{4}$ días, marcándola con la regla en el círculo eclíptico oblicuo de la parte delantera, y la altura del mismo, durante el día, para obtener horas del día, o la de una estrella, durante la noche, para obtener horas de la noche, que figure en la araña del astrolabio planisférico, y que sea visible, y se pueda medir su altura con la alidada del instrumento, llevada su posición, por la parte delantera, al almicantrat, o círculo de alturas iguales correspondiente.

Se coloca el lado izquierdo del anillo de longitud eclíptica (interior), astrolabio esférico, en la longitud eclíptica calculada para la progresión de la Luna (u otro astro), a la hora de medición, en el anillo eclíptico. Se mueven de forma solidaria los anillos de longitud eclíptica y eclíptica (zodiaco), conservando su colocación relativa calculada anteriormente, hasta que se sitúa la parte izquierda del anillo eclíptico tangente al limbo oeste de la Luna (u otro astro). En ese instante el anillo eclíptico se sitúa paralelo al plano eclíptico real, y el Sol (no visible), a la longitud eclíptica que le corresponde en el anillo eclíptico, característico de su fondo estelar. De esta manera nos encontramos en la misma situación que durante el día producía la sombra en el interior del anillo eclíptico. La latitud eclíptica no es necesario calcularla, puesto que está predeterminada (sólo hay un grado de libertad). No es necesario realizar un ajuste de la longitud eclíptica por el semidiámetro lunar, en la dirección de la componente longitud eclíptica, ya que vamos a considerar siempre, como referencia el limbo oeste lunar, en vez del centro lunar. Si utilizáramos este, si que habría que sumar el semidiámetro lunar. El valor aproximado del semidiámetro lunar (semejante al solar), es 15', aunque varía según las fechas, por el acercamiento o alejamiento del astro, debido a que la órbita es elíptica. Estaríamos ligeramente por encima del límite de precisión del instrumento. En el caso del Sol, que brilla mucho, no hay que hacer ningún ajuste por semidiámetro, ya que la correcta alineación por la sombra sobre la parte interior cóncava del aro eclíptico, garantiza que su centro está en el punto de longitud eclíptica que le corresponde, y este se toma como referencia.

Una vez realizado el procedimiento anterior, sin tocar el anillo eclíptico, para que se mantenga en la posición correcta, paralelo a la eclíptica, se mueve el anillo de longitud eclíptica hasta el astro cuya longitud eclíptica se desea calcular, se toma el dato longitud eclíptica. Posteriormente se desplaza por su interior, el anillo de latitud eclíptica, hasta ver el astro a medir a través de las dos miras estenopeicas. Se toma el dato de latitud eclíptica. En esta situación vemos que puede ser conveniente tener un segundo anillo longitud eclíptica (exterior), como en la reconstrucción de Rome, a partir de los Cuadernos de Pappus, ya que lo utilizaríamos para determinar la longitud eclíptica lunar, y moveríamos el anillo longitud eclíptica interior hacia el astro a medir para determinar longitud y latitud eclípticas, o, al contrario, intercambiando los aros.

7.3. Resumen del funcionamiento de la Esfera Armilar Eclíptica

Durante el día, se apunta el aro eclíptico del instrumento hacia el Sol, hasta que la parte anterior del mismo haga sombra sobre la parte cóncava interior. En ese momento el Sol está en la longitud eclíptica que le corresponde y marcada en la escala del aro. Con la Luna visible, al oriente del Sol, se coloca la parte izquierda del aro astrolabio tangente al limbo oeste lunar. Se toma la longitud eclíptica de la Luna, y se repite la operación varias veces, mientras sean visibles simultáneamente la Luna y el Sol. Se calcula así la tendencia en longitud eclíptica de la Luna. Tras la puesta de Sol, por medio de la posición de la Luna corregida a través del cálculo por el tiempo transcurrido, marcándola en el aro zodiaco, y colocando el aro astrolabio en esta marca, tangente al limbo oeste lunar, queda orientado el instrumento hacia el Sol, que está oculto. De esta forma, por la posición de la Luna corregida, determinamos la posición del Sol, y el aro eclíptico, vuelve a quedar paralelo al plano eclíptico real. Manteniendo estático el aro eclíptico, y moviendo el aro astrolabio hacia cualquier otro astro, se determina su longitud eclíptica, que está indicada en la escala del aro eclíptico. Para determinar la latitud eclíptica del astro, se hace deslizar el aro interior, hasta verlo a través de las miras.

De igual manera, cualquier otro astro, si es conocida su longitud eclíptica, sirve de referencia, poniendo tangente dicho astro al aro astrolabio en la marca de su longitud eclíptica en el zodiaco, para después mover el citado aro astrolabio, hasta el astro cuya longitud eclíptica se va a determinar, poniéndolo tangente, y leyendo la longitud eclíptica que marca su intersección con el aro eclíptico.

7.4. Mediciones de prueba con la esfera armilar eclíptica

Se han realizado varias mediciones de las longitudes y latitudes eclípticas del Sol, la Luna, y de varias estrellas, con el instrumento, con el fin de comprobar su correcto funcionamiento, sin pretender afinar demasiado, ya que son conocidas sus limitaciones por las carencias de la construcción, bien cortados los aros, por láser, pero con los taladros algo descentrados.

Ubicación			Longitud geográfica				Latitud geográfica				Elevación		
			8 ° 48 ' 23,61 "				8,81 ° W				42 ° 8 ' 9,5 "	42,14 ° N	10 m
Oblicuidad			23 ° 26 ' 18,7 "				23,44 °						
Día			Hora		Longitud eclíptica		Semidiámetro (aparente)		Latitud eclíptica				
									Medición		Medición		
Sol	11/3/2025	La Ramallosa	12 h	19 m 0 s	351 ° 7 ' 59,5 "		351,13 °	352,0 °	-	0 ° 0 ' 6,5 "	-	0,00 °	? °
Luna	7/5/2025	Vigo	18 h	0 m 0 s	173 ° 19 ' 39,2 "	14 ' 55,33 "	173,08 °	? °	+	0 ° 3 ' 23,1 "	+	0,06 °	? °
Luna	7/5/2025	Vigo	23 h	0 m 0 s	175 ° 14 ' 54,1 "	15 ' 1,98 "	175,00 °	Tangente °	-	0 ° 24 ' 8,2 "	-	0,40 °	? °
Capella	7/5/2025	Vigo	23 h	0 m 0 s	82 ° 12 ' 26,6 "		82,21 °	Tangente °	+	22 ° 51 ' 56,9 "	+	22,87 °	? °
Júpiter	7/5/2025	Vigo	23 h	0 m 0 s	82 ° 46 ' 20,2 "		82,77 °	? °	-	0 ° 13 ' 26,4 "	-	0,22 °	? °
Proción	7/5/2025	Vigo	23 h	0 m 0 s	116 ° 7 ' 59,9 "		116,13 °	Tangente °	-	16 ° 1 ' 34,6 "	-	16,03 °	? °
Marte	7/5/2025	Vigo	23 h	0 m 0 s	128 ° 49 ' 0,8 "		128,82 °	Tangente °	+	1 ° 51 ' 48,6 "	+	1,86 °	? °
Regulus	7/5/2025	Vigo	23 h	0 m 0 s	150 ° 10 ' 58,9 "		150,18 °	151,0 °	+	0 ° 27 ' 56,6 "	+	0,47 °	? °
Spica	7/5/2025	Vigo	23 h	0 m 0 s	204 ° 12 ' 1,8 "		204,20 °	204,0 °	-	2 ° 3 ' 23,3 "	-	2,06 °	? °
Arturo	7/5/2025	Vigo	23 h	0 m 0 s	204 ° 35 ' 37,2 "		204,59 °	Tangente °	+	30 ° 43 ' 11,1 "	+	30,72 °	? °

Figura 10. Mediciones de longitudes y latitudes eclípticas de varios astros con la esfera armilar eclíptica. Estimaciones realizadas con Stellarium. Es posible que se añadan más mediciones reales. Ver Ref. [6].

El día once de mayo, en la Ramallosa, a las doce horas diecinueve minutos, se realizó la medición del Sol, obteniéndose el interior del aro eclíptico en sombra, en longitud eclíptica 352°, siendo la esperada, de 351,13°. El día cinco de mayo, en Vigo, se intentó realizar una medición simultánea del Sol y la Luna, en que la Luna estaba en fase creciente, octavo día. Había rachas de viento de 14 nudos. A las siete de la tarde se instaló el instrumento, pero al intentar medir la Luna, con el aro eclíptico en sombra por el interior, es decir, alineado con el plano eclíptico, una racha fuerte de viento, hizo que se perdiera la estabilidad, arrastrando al instrumento, que cayó al suelo, rompiéndose varios aros. Hubo que reconstruir el instrumento con cola de madera. Al día siguiente, seis, se volvió a intentar la medición, a las seis de la tarde, con algo menos de viento, y el instrumento, casi reparado (después comprobé que no lo estaba del todo), inicié la medición de la Luna, pero viendo que había viento, y que era fácil que entrara alguna racha como la del día anterior, suspendí la medición. El día siete, miércoles, por la tarde, a las seis, hizo un viento parecido al anterior, previsión de rachas de unos catorce nudos, luego no intenté hacer nada. Ese mismo día, con un viento máximo previsto de diez nudos, por lo tanto, suave, a las once de la noche, se intentó la medición, en una situación de calma, y sin rachas de viento. Se encontró el limbo occidental lunar, tangente al lado izquierdo del aro astrolabio, en la longitud eclíptica esperada. Se realizó la medición, manteniendo estático el aro eclíptico, que se mantuvo firme en esa posición todo el tiempo, encontrando el lado izquierdo del astrolabio para Capella, Proción, Marte y Arturo, tangente en las longitudes eclípticas esperadas. Después, midiendo con el lado izquierdo del aro astrolabio se encontró Regulus (Leo), en 151°, siendo la longitud prevista, 150,18°, y el error, por tanto, inferior a un grado. Para Spica (Virgo), la medición dio longitud eclíptica de 204°, siendo la prevista de 204,2°.

La conclusión que se obtiene de las mediciones realizadas, aparte de afinar los giros, es que hay que lastrar, con setecientos gramos de plomo, la parte inferior del pedestal, para estabilizar el instrumento, y evitar que el viento lo arrastre.

8. Aclaraciones sobre el nombre de los instrumentos. Astrolabio y Meteoroscopio

La **esfera armilar eclíptica**, instrumento de medición celeste, es llamada **Astrolabio** por Claudio Ptolomeo en la Composición matemática - Almagesto, Libro quinto, Capítulo primero (traducción de Halma) [7]. Transcribo literalmente el pasaje completo del mismo, traducido al español:

Libro V, Capítulo I Construcción del **astrolabio** (Almagesto)

*Tomando dos círculos bien formados alrededor, con cuatro caras perpendiculares, de las mismas proporciones en su tamaño, perfectamente iguales y parecidos entre ellos, los arreglamos de una manera que se cruzan en ángulo recto con un diámetro común. Uno representa la eclíptica, y el otro el meridiano que pasa por los polos de la eclíptica y por aquellos del ecuador. En este meridiano, tomando con el lado del cuadrado inscrito, los puntos que fijan los polos de la eclíptica; y poniendo en estos puntos, unos cilindros que salen afuera y adentro, por aquellos de afuera pasamos otro círculo cuya concavidad se adapta perfectamente a la curvatura convexa de los dos círculos en el mismo encerrado, y que puede moverse en la dirección de la longitud, girando sobre los polos de la eclíptica. A los cilindros del interior, también adjuntamos otro círculo cuya convexidad se abraza por la concavidad de los dos primeros, y que también gira en longitud alrededor de los mismos polos con el círculo exterior. Este círculo exterior y el que representa la eclíptica, dividida en 360 grados de circunferencia ordinaria, y cada uno de estos grados en tantas subdivisiones como ella puede recibir, hemos adaptado dentro de este círculo interno, otro círculo más pequeño, que se desliza por su borde convexo en la concavidad de este círculo interno, y que lleva dos pínulas prominentes y diametralmente colocadas, para que se pueda poner en movimiento en el plano del círculo interior hacia cualquier polo para observación de las latitudes. Todo esto así dispuesto, en el círculo que se concibe para pasar por los polos de la eclíptica, tomando después desde cada uno de los polos del zodiaco, el intervalo que se ha mostrado entre polos de la eclíptica y del ecuador, los puntos extremos de estos intervalos diametralmente también opuestos el uno al otro, los fijamos, como al principio de este tratado en un meridiano similar para las observaciones del arco del meridiano entre los trópicos, de modo que nuestro **astrolabio** siendo puesto en la misma posición que este instrumento, es decir perpendicular al plano del horizonte, y erigido siguiendo la altura del polo para la supuesta localización terrestre, y todo a la vez paralelo al plano del meridiano natural, los círculos internos podrían dar la vuelta a los polos del ecuador de oriente a occidente, de acuerdo con el primer movimiento del universo.*

*Estando el instrumento así colocado, todas las veces que el sol y la luna pudieron ser vistos al mismo tiempo por encima del horizonte, ponemos el círculo exterior en el grado donde encontramos más o menos que el sol estaba en ese instante, y hacemos girar el círculo que pasa por los polos, de manera que la intersección de los círculos siendo girada justo hacia el grado del sol, los dos círculos, a saber, el de la eclíptica y el que pasa por los polos de esta, se hacen sombra; o de manera que si fuera una estrella que viéramos, aplicando uno de los ojos en uno de los lados del círculo exterior dirigido hacia el grado en cuestión de la eclíptica, esta estrella se nos aparecería en el lado opuesto y en el mismo plano del círculo, como pegada a las superficies de los dos círculos. Entonces dirigimos el círculo interno hacia la luna, o hacia el astro, en cuestión, podríamos ver al mismo tiempo, la luna o el astro, objeto de nuestras investigaciones, por los dos pináculos del círculo más pequeño incrustado en el círculo interno. Así encontramos el lugar que el sol u otro astro ocupa en longitud sobre la eclíptica, hasta el punto de la intersección de este círculo con el círculo interior del **astrolabio** correspondiente en el punto análogo del círculo externo; y en grados desde este círculo, la distancia desde la luna o el otro astro sobre la eclíptica, ya sea hacia las osas o hacia el mediodía, como sobre el círculo exterior, por medio de la división del círculo interno del **astrolabio** y por el intervalo desde el medio del pináculo del círculo más pequeño que hacemos deslizar en este círculo interno hasta la mitad de la línea de intersección de este círculo y de la eclíptica.*

Otro instrumento de medición celeste, y terrestre, es llamado **Meteoroscopio** por Claudio Ptolomeo en el Tratado de Geografía, Libro primero, Capítulo tercero (traducción de Halma) [8]. Tiene algunos elementos comunes a la esfera armilar eclíptica. Transcribo literalmente el pasaje completo del mismo, igualmente traducido al español:

CAPÍTULO III.

Cómo por el número dado de estadios de una distancia cualquiera, en línea recta, no estando en el mismo meridiano, logramos conocer el número de estadios de la circunferencia de la tierra, y viceversa.

*AQUELLOS que nos precedieron, buscaron no sólo hacer un arco de gran círculo, de una distancia en línea recta sobre la tierra, sino también colocarla en el plano de un meridiano. Y observando con las escioteras (instrumentos para tomar las sombras) los dos puntos del cielo que respondían verticalmente encima de los dos extremos de esta distancia, concluyeron que el intervalo de estos dos puntos era un arco celeste, similar al camino recorrido entre los dos extremos bajo el mismo meridiano, porque, como hemos dicho, todas estas líneas están en un único plano, las rectas que parten desde estos extremos para terminar en los puntos verticales, reuniéndose en un punto común que es el centro de la esfera. Tanto pues el arco celeste, entre los puntos verticales, les parecía ser una parte de todo el meridiano, tanto suponían que la distancia terrestre era una parte similar de la circunferencia de la tierra: analogía que todavía se aplica al caso donde se toma por la distancia medida, no el arco del meridiano, sino el de otro gran círculo cualquiera, siempre que las alturas del polo igualmente se hayan observado bien en los dos extremos de esta distancia y que estemos seguros por medio del **meteoroscopio**, del cual hemos dado la construcción, de la posición de esta misma distancia relativamente al otro meridiano. Este instrumento sirve para hacer varias otras observaciones muy útiles, como tomar de día o de noche, las alturas del polo boreal para el lugar de la observación, la posición de la meridiana en cualquier instante que sea, y los de los caminos que se desvían de él, es decir, los ángulos que hacen en el punto vertical con ella el gran círculo descrito por el camino, para los cuales mostramos de forma parecida el arco buscado, por medio del **meteoroscopio**, así como el arco del ecuador, comprendido entre dos meridianos, y de la misma manera los arcos de los paralelos al ecuador. Mediante este método, una sola distancia en línea recta medida sobre la tierra, es suficiente para encontrar el número de estadios de toda la circunferencia terrestre. Y por ahí todavía, se conoce el número de estadios de las otras distancias, a pesar de que no estarían ni en una sola línea recta, ni en el mismo meridiano, ni bajo el mismo paralelo, siempre que tomáramos su oblicuidad exactamente, y las alturas de sus extremos. Porque, así nuevamente, por la razón del arco que subtiende la distancia en cuestión, a la circunferencia del gran círculo, se puede calcular fácilmente el número de estadios del contorno del globo terrestre, de acuerdo con el número encontrado de los de esta distancia.*

9. El catálogo de estrellas del Almagesto, un ejemplo de utilización de la Esfera armilar eclíptica

El Catálogo de estrellas del Almagesto determina la posición de 1022 estrellas por sus coordenadas celestes, longitudes y latitudes eclípticas [8]. Se agrupan en 48 figuras, o constelaciones, con referencias imaginarias entre ellas, y que se explican, por medio las mitologías romana, griega, babilónica, e incluso india, y anteriores. Para dar los nombres de las estrellas, se hace de acuerdo con la posición que ocupan las mismas en cada figura descrita. Sus coordenadas fueron obtenidas por medio de una esfera armilar eclíptica, llamada astrolabio, que se describe, “Sphæra solida fabricandis. . .” (“Construimos una esfera solida...”). Este Catálogo es explicado, de forma detallada, por el autor, en un artículo anterior, en el primer número de esta misma Revista, “El Catálogo de estrellas de Hiparco” [9]. Traemos, a modo de ejemplo, una figura, con la constelación zodiacal boreal de Leo, en proyección ortográfica simplificada, con latitudes no aumentadas (plate-carrée), y otra con el Catálogo completo, en proyección azimutal equidistante, realizada con Python/Cartopy.

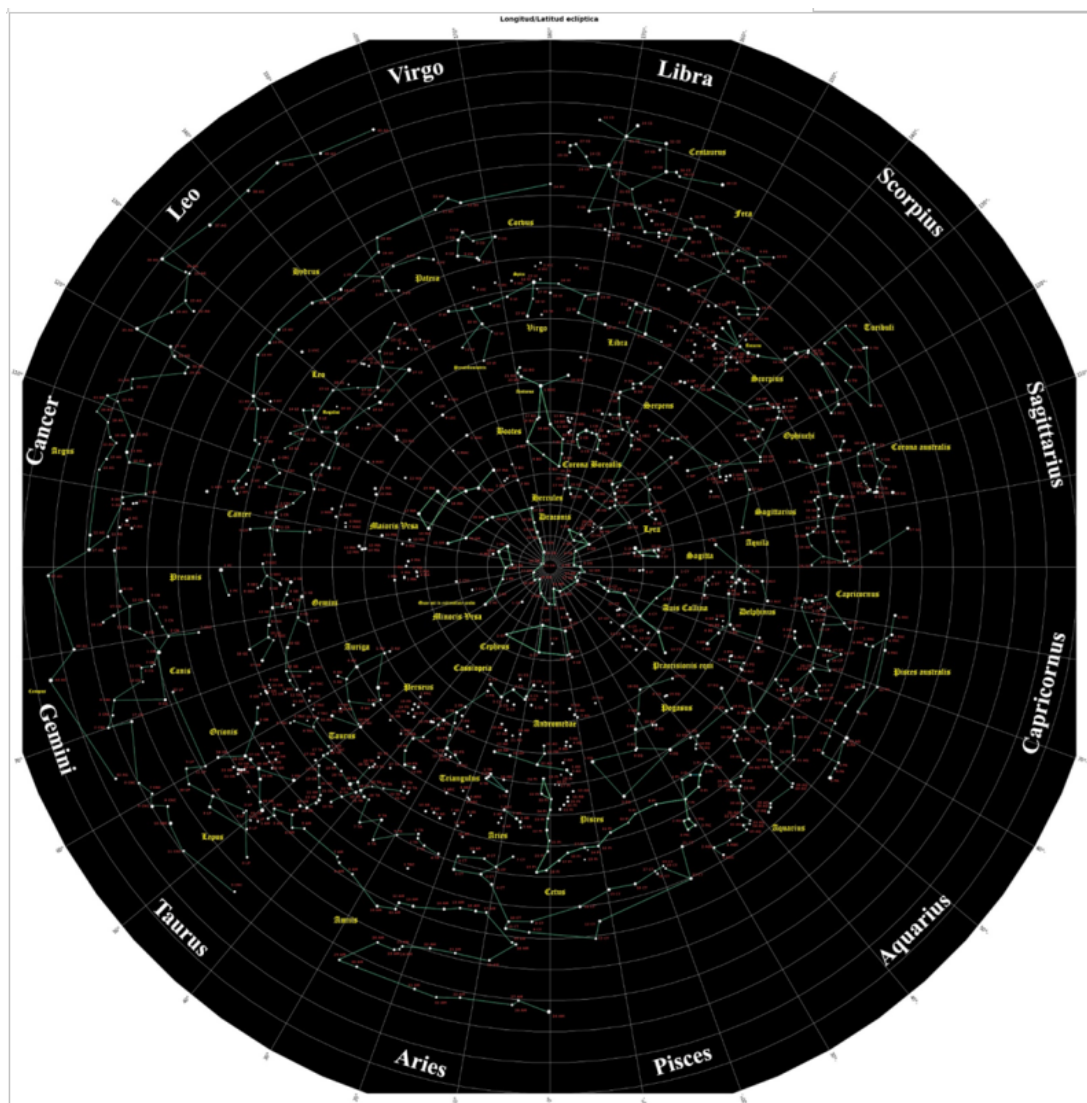


Figura 12. Catálogo de estrellas del Almagesto (Claudio Ptolomeo de Alejandría). Año primero de Antonino Pío, 138 d.C. 34 piscium en punto aries. Precesión $1^\circ/100$ años.

12. El Astrolabio planisférico (o plano)

Instrumento derivado de la Esfera Armilar, con la proyección estereográfica, que conserva los ángulos, pero no las distancias, y el círculo oblicuo, zodíaco, o eclíptica, con sus longitudes eclípticas. Como reloj, da horas equinocciales, según la longitud eclíptica del Sol, que se fija con la regla, usada como aguja, al círculo eclíptico, para girar solidaria con él, y la altura del astro, medida con la alidada, situada en el dorso. La longitud eclíptica del Sol se obtiene también en el dorso, en la escala de 360° , concéntrica a la escala de $365\frac{1}{4}$ días. El punto que representa al Sol se lleva al almicantrat, o círculo de alturas iguales, correspondiente, en la lámina, que depende de la latitud. También se puede, durante la noche, medir la altura de una estrella, y llevarla al almicantrat, o círculo de alturas iguales, correspondiente,

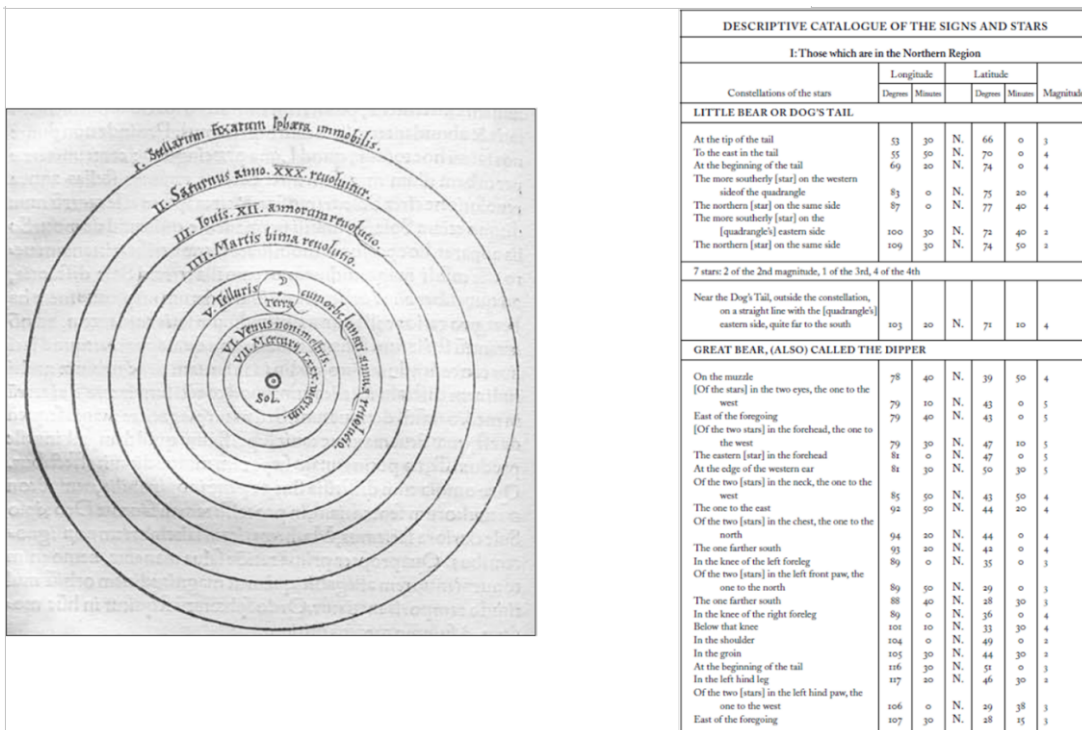


Figura 13. Nicolaus Copernicus. *De Revolutionibus Orbium Caelestium*.

una vez fijada la aguja a la longitud eclíptica del sol. Tiene un sistema de referencia fundamentado en el horizonte, obtenido al ser suspendido en la vertical, y se orienta de acuerdo con los puntos cardinales.

13. El paso del astrolabio esférico al astrolabio planisférico (o plano)

Es comprensible que el que orden temporal de la invención, y uso, de los instrumentos fue: primero la esfera armilar ecuatorial; después el astrolabio redondo, que era una esfera armilar portátil de pequeño tamaño; después el astrolabio plano con alidada para medir alturas; después la esfera armilar eclíptica; por último, el astrolabio plano, con proyección estereográfica, que conserva los ángulos, pero no las distancias, y es utilizable como reloj para dar las horas equinocciales (24 h/día). La proyección estereográfica se intuye en el cálculo angular que se realiza en la esfera armilar eclíptica.

14. Telescopio refractor con montura ecuatorial

Tiene un sistema de referencia fundamentado en el horizonte, que se puede nivelar con un nivel de burbuja. Una escala graduada, que se ajusta con un tornillo, permite apuntar el eje polar al polo, con la latitud correctamente ajustada, igual a la altura del polo, de forma que la ascensión recta se cambie sin más que girar una manivela, manteniendo constante la declinación. Esto contrarresta el giro horario terrestre. Estos principios geométricos son los mismos que se utilizan en las esferas armilares. Determina coordenadas celestes ecuatoriales, de la misma manera que se utilizan en la esfera armilar ecuatorial.

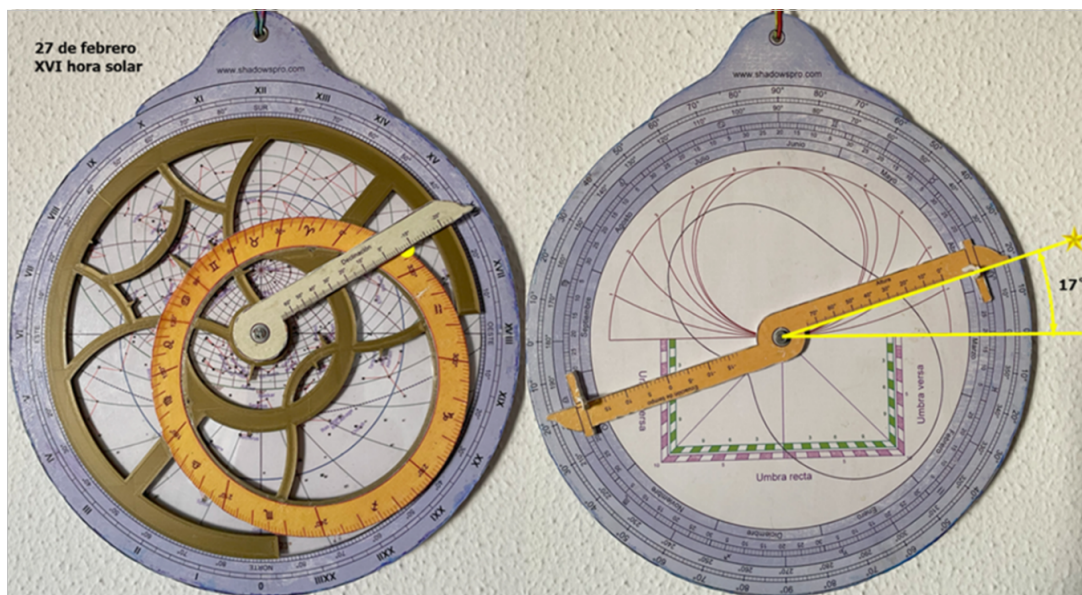


Figura 14. Astrolabio planisférico (o plano) [11].

15. Planos de referencia en los relojes de Sol

En todos los relojes de Sol, instrumentos para medir el tiempo, conocidos desde muy antiguo, y fundamentados en el movimiento aparente del Sol, encontramos sistemas de referencia y orientación, formados por planos y ejes, de las mismas características que los descritos en los instrumentos armilares: horizonte, meridiano, vertical primario o principal, ecuador, polos celestes, eje de rotación.

Reloj de sol ecuatorial: El cuadrante se pone paralelo al ecuador, de forma que el eje polar, con la aguja o gnomon, cuya sombra da la hora, apunte al polo, próximo, hoy día, a la estrella polar. También debe estar nivelado sobre el horizonte, con el cual forma el gnomon, o aguja, un ángulo llamado altura del polo, igual a la latitud. El ecuador forma con el horizonte un ángulo igual a la co-latitud (complemento a 90° de la latitud), que vale 90° en el ecuador y 0° en el polo.

Reloj de sol polar: Inclinado con respecto a la horizontal un ángulo que es igual a la co-latitud (complemento a 90° de la latitud). El eje polar apunta al polo. Los extremos del arco, llamado escocia, proyectan su sombra sobre las líneas horarias. Como en todos los relojes de sol, las sombras se alargan, y van hacia el norte, en invierno, y se acortan, y van hacia el sur, en verano, hasta los solsticios.

Reloj de sol vertical declinante: Plano vertical, y gnomon apuntado al polo, “gradus poli”, ángulo igual a la latitud.

16. Conclusión

Se ha explicado la evolución de la esfera armilar a lo largo de la historia, los distintos tipos que hay, su relación con otro instrumento astronómico parecido, llamado meteoroscopia, y su evolución hasta al astrolabio plano. Se habla acerca de los principales astrónomos que han desarrollado, y utilizado, las esferas armilares a lo largo de la historia, el tipo de coordenadas celestes que se obtienen con ellas. Se describe como se ha construido un instrumento de estas características, así como deben realizarse la preparación, y la medición de las coordenadas celestes de los astros, que permiten la elaboración de



Figura 15. *Telescopio refractor con montura ecuatorial.*



Figura 16. *Relojes de sol.*

catálogos estelares. La utilización y elección de los planos de referencia, caracterizan los instrumentos, no sólo de este tipo, sino cualquier otro instrumento de medición astronómica, como los relojes de sol.

Referencias

- [1] Alfonso X de Castilla “El Sabio”. “Libros del saber de astrología” (1276). Compilados, anotados y comentados por Manuel Rico y Sinobas (1864).
- [2] J. Angelus. (1406). “Claudius Ptolemæus Cosmographia”. Latin 4804. BnF – Gallica.
- [3] F. Blayteron. (2014-2020). “Cuadrantes Solares & Astrolabios”. Manual de usuario y programa Shadows (1997-2025).
- [4] C. Ptolemæi, “Almagestum, seu Magnæ constructionis mathematicæ opus plane divinum, latina donatum lingua ab Georgio Trapezuntio, per Lucam Gauricum, recognitum anno salutis M.D.XXVIII labente”. Regiomontanus, Johannes (1436-1476). Éditeur: Luceantonii Junta (Venise) Date d’édition: 1496-1528. BnF – Gallica.

- [5] C. Ptolemæi Alexandrini. "Geographica Enarrationis, Libri octo". Latín traducido del griego por Bilibaldi Pirckeymheri. Editor Michæle Villanuouano (1525, 1535, 1541 y 1585). BnF – Gallica.
- [6] Repositorio de código en GitHub, <https://github.com/JCAAC-FAAE>
- [7] C. Ptolemæi Alexandrini. "Geographia". Griego y latín por Carolus Müllerus. Editor Alfredo Firmin Didot (1.883). BnF – Gallica.
- [8] N. Copernicus. "Edward Rosen translation of De Revolutionibus Orbium Coelestium", Libri VI (Warsaw: Polish Scientific Publications, 1978), © Edward Rosen, is used with permission of Sandra Rosen.
- [9] A. K. Dambis, Yu. N. Efremov. (2000). "Dating Ptolemy's star catalogue through proper motions: the Hipparchan epoch". Journal for the History of Astronomy, Vol. 31, p. 115-134. May 2000.
- [10] M. A. B. Deakin, "Hypatia and her Mathematics". The American Mathematical Monthly, March 1994, Volume 101, Number 3, pp. 234–243.
- [11] J.-B. Joseph Delambre. (1817). "Histoire de l'astronomie ancienne". Paris. BNF - Gallica.
- [12] J.-B. Joseph Delambre. (1819). "Histoire de l'astronomie du moyen-âge". Paris. BNF - Gallica.
- [13] D. Re. Dicks, "Ancient astronomical instruments", The journal of the British Astronomical Association, lxiv (1954), 77-85, págs. 81-83.
- [14] H. R. Dobler, "The dating of Ptolemy's Star Catalogue". Journal for the History of Astronomy (ISSN 0021-8286), Vol. 33, Part 3, No. 112, p. 265 - 277 (2002).
- [15] G. Gentili, Dipartimento di Matematica e Informatica "U. Dini", Università di Firenze viale Morgagni, 67/A, 50134 Firenze, Italy. L. Simonutti, Istituto per la storia del pensiero filosofico e scientifico moderno C.N.R. Area 3 - Bicocca Milano, via Cozzi, 53, 20125 Milano, Italy. D. C. Struppa, Schmid College of Science & Technology, Chapman University One University Drive, Orange, CA 92866, USA. Journal of Humanistic Mathematics. Volume 10 | Issue 1 January 2020. "The Mathematics of the Astrolabe and Its History". 2020/1.
- [16] K. Gleus (Freie Universität, Berlin, Deutschland); I. Tupikova (Lohrmann Observatory, Technische Universität Dresden, Deutschland). "Astronomy and Geography Some Unexplored Connections in Ptolemy". 2017/1/13.
- [17] O. Gingerich. (abr. 1986). "Astronomía Islámica". Revista Investigación y Ciencia N.º 115.
- [18] O. Gingerich. "Was Ptolemy a fraud?". Harvard Smithsonian Center for Astrophysics, Cambridge, Massachusetts, 02138, USA (1980).
- [19] C. González Crespán (2023). "La constelación de la osa menor en la época romana (El cielo en tiempos de los romanos)". Asociación Astronómica de Vigo. 2016.
- [20] C. González Crespán (2023). "La Geographia Geométrica de Claudio Ptolomeo de Alejandría". XXV Congreso Estatal de Astronomía (FAAE), Zaragoza, 28-30 de abril de 2023.
- [21] C. González Crespán (2024). "El catálogo de estrellas de Hiparco". XXVI Congreso Estatal de Astronomía (FAAE), Aranjuez, 31 octubre - 3 de noviembre de 2024.
- [22] C. González Crespán (2024). "El catálogo de estrellas de Hiparco". Journal of Computational Astronomy and Astronomical Computing (JCAAC), N° 1, noviembre 2024.
- [23] C. González Crespán, I. Menéndez-Pidal de Navascués (2025). "La Geografía Geométrica de Claudio Ptolomeo". Revista El Nuevo Miliario. Número 20 / 21, marzo de 2025.
- [24] V. Gysembergh, A. Jones, E. Zingg, P. Cotte, S. Apicella, "Recuperado el tratado de Ptolomeo sobre el meteoroscopia". Archive for History of Exact Sciences (2023).
- [25] V. Gysembergh, CNRS, UMR 8061, Francia; P. J. Williams, Tyndale House, Reino Unido; E. Zingg, Universidad de la Sorbona, Francia. "Nueva evidencia para el catálogo de estrellas de Hiparco revelada por imágenes multiespectrales" (2022).
- [26] N. Halma, "Traité de Géographie de Claude Ptolémée d'Alexandrie" (1828). BnF – Gallica.
- [27] N. Halma, "Composition mathématique de Claude Ptolémée. Tome 1 / Tome 2, traduite pour la première fois du grec en français sur les manuscrits originaux de la Bibliothèque impériale de Paris, par M. Halma et suivie des notes de M. Delambre, . . . "– 1813-1816. BnF – Gallica.

- [28] N. Halma, Théon d'Alexandrie (335? - 405?). Commentaire de Théon d'Alexandrie sur le livre III de l'"Almageste" de Ptolémée. (Suivi des) Tables manuelles des mouvemens des astres (Nouv. éd...) [Claude Ptolémée]"; trad... du grec... par M. l'abbé Halma, ... 1822-1825. BnF – Gallica.
- [29] A. Hernández Pérez. (2017). "Arte y ciencia en al-andalus: el astrolabio nazarí de Alcalá la Real". Departamento de Historia del Arte I (Medieval). Universidad Complutense de Madrid.
- [30] M.J.T. Lewis, "Surveying instruments of Greece and Rome". University of Hull. Cambridge University Press. (2001).
- [31] L. A. Llamazares Fernández. (abr. 2020). "El Astrolabio".
- [32] J. Martínek & A. Létal, "Astronomically determined localities, the core part of Ptolemy's Geography". Journal of Maps, 19:1. 2195563, DOI: 10.1080/17445647.2023.2195563
- [33] R. R. Newton, "The strange case of Claudius Ptolemy". Volume 16, Number 2. (1973).
- [34] R. R. Newton, "The crime of Claudius Ptolemy". Baltimore. (1977).
- [35] R. R. Newton, "Comments on Was Ptolemy a fraud by Owen Gingerich". (1980).
- [36] J. M. Ponce de León Álvarez. (1999). "El Astrolabio, un instrumento astronómico de las Edades Media y Moderna". Revista de Estudios Provinciais. Excma. Diputación Provincial de Pontevedra. N.º 14.
- [37] D. Rawlins, "An investigation of the ancient star catalog", Publication of the Astronomical Society of the Pacific. 94:359-373, April 1982.
- [38] A. Rome, "L'Astrolabe et le météoroscope d'après le commentaire de Pappus sur le 5º livre de l'Almageste", Annales de la Societé Scientifique de Bruxelles, sér. A, Sci. math. Mémoires, xlvii (1927), 77-102, págs. 77-90.
- [39] N. Sidoli, J. L. Berggren (2007). "The Arabic version of Ptolemy's Planisphere or Flattening the Surface of the Sphere: Text, Translation, Commentary". Department of Mathematics Simon Fraser University.
- [40] A. Surroca. (2019). "Azarquiel, el astrolabio y la azafea. su aportación a la ciencia astronómica y a la navegación del renacimiento". Real Sociedad Geográfica (2019). Revista de Historia Naval Núm. 144, págs. 9-34.
- [41] N. M. Swerdlow, "The Enigma of Ptolemy's Catalogue of Stars". Journal for the History of Astronomy, Vol.23, NO. 3/AUG, P.173, August 1992.
- [42] G. J. Toomer. (1984). "Ptolemy's Almagest Translated and Annotated by". Duckworth, London.
- [43] Mª Isabel Vicente Maroto. (Agosto 1993). "Instrumentos matemáticos del siglo XVI". Revista Investigación y Ciencia n.º 207.
- [44] J. Włodarczyk, "Observing with the armillary astrolabe". Polish Academy of Science. (1987).